

全国赛模拟赛

时间：2024 年 5 月 6 日 07:30 ~ 12:30

题目名称	量子计算	字符串模板题	美丽魔法
题目类型	传统型	传统型	传统型
可执行文件名	soulist.exe	whiteqwq.exe	beautiful.exe
输入文件名	soulist.in	whiteqwq.in	beautiful.in
输出文件名	soulist.out	whiteqwq.out	beautiful.out
每个测试点时限	1.0 秒	3.0 秒	1.0 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	25	25	20
测试点是否等分	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	soulist.cpp	whiteqwq.cpp	beautiful.cpp
-----------	-------------	--------------	---------------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14 -Wl,--stack=536870912
-----------	--------------------------------------

量子计算 (soulist)

【题目背景】

Soulist 发明了一种特别的“量子”数据结构，叫做 osoulist，现在他急需你来验证一下他的实现对不对。

【题目描述】

osoulist 可以维护一个 1 到 n 的排列 a ，同时支持以下四种操作：

1. 给定下标 i ，将所有满足 $a_j < a_i$ 的 a_j 执行赋值操作 $a_j \leftarrow a_j + 1$ ，最后执行赋值操作 $a_i \leftarrow 1$ 。
2. 给定下标 i ，将所有满足 $a_j > a_i$ 的 a_j 执行赋值操作 $a_j \leftarrow a_j - 1$ ，最后执行赋值操作 $a_i \leftarrow n$ 。
3. 给定下标 $i, j (i \neq j)$ ，交换 a_i 与 a_j 的值。
4. 给定下标 $l, r (1 \leq l \leq r \leq n)$ ，询问 $\sum_{i=l}^r a_i$ 的值。

为什么说这是一个“量子”数据结构呢？它的特点就是修改操作会产生多个状态，具体而言每次修改操作都会给出一定额外的参数 p ，该数据结构会将所有的当前状态都复制 $M + 1$ 份 ($M = 998,244,353$)，而其中的 p 份会执行该修改操作，而 $M + 1 - p$ 份会忽略这次操作，也即对 a 没有任何影响。这样一来如果该次修改操作发生之前有 t 个状态，那么该次修改操作发生之后就会有 $(M + 1)t$ 个状态。

如此一来询问显然不能给出所有状态的答案，所以这个数据结构会给出对于所有状态执行该次询问的答案之和对 M 取模后的结果。

虽然你唯一接触到量子计算就是上次 NOI 冬令营听的量子计算讲座，而且你当时直接翘掉了该活动，但是迫于 Soulist 的压力，你还是不得不写一个程序来实现 osoulist 的功能。

【输入格式】

从文件 **soulist.in** 中读入数据。

输入第一行两个正整数 n, m 分别表示排列的长度与操作次数。

接下来输入一行 n 个正整数 a_1, a_2, \dots, a_n ，表示排列的初始情况，保证输入是一个 1 到 n 的排列。

接下来 m 行，每行若干个整数描述一次操作，具体而言有下面几种情况：

1. **1 i p** 表示以 p 的额外参数对 i 执行操作 1（见问题描述），保证 $1 \leq i \leq n, 0 \leq p < M$ 。
2. **2 i p** 表示以 p 的额外参数对 i 执行操作 2（见问题描述），保证 $1 \leq i \leq n, 0 \leq p < M$ 。

3. $3\ i\ j\ p$ 表示以 p 的额外参数对 i, j 执行操作 3 (见问题描述), 保证 $1 \leq i, j \leq n, i \neq j, 0 \leq p < M$ 。
4. $4\ l\ r$ 表示对 l, r 执行操作 4 (见问题描述), 保证 $1 \leq l \leq r \leq n$ 。

【输出格式】

输出到文件 *soulist.out* 中。

对于每次询问操作, 你需要输出一行表示该次询问的答案 (对 M 取模)。

【样例 1 输入】

```
1 4 3
2 3 4 1 2
3 3 2 4 1
4 1 1 499122177
5 4 2 4
```

【样例 1 输出】

```
1 8
```

【样例 1 解释】

一开始数组为 3, 4, 1, 2:

- 第一次操作以参数 1 交换 a_2, a_4 , 得到 1 个状态为数组 3, 2, 1, 4, M 个状态为数组 3, 4, 1, 2。
- 第二次操作以参数 499, 122, 177 = $(M+1)/2$ 对位置 1 执行操作 1, 得到 $(M+1)/2$ 个状态为数组 3, 2, 1, 4, $(M+1)/2$ 个状态为 1, 3, 2, 4, $M(M+1)/2$ 个状态为 1, 3, 2, 4, $M(M+1)/2$ 个状态为 3, 2, 1, 4。
- 第三次操作询问所有状态 $a_2 + a_3 + a_4$ 的和对 M 取模, 为 $\frac{M+1}{2}(2+1+4) + \frac{M+1}{2}(3+2+4) + \frac{M(M+1)}{2}(3+2+4) + \frac{M(M+1)}{2}(2+1+4) \bmod M = 8$ 。

【样例 2】

见选手目录下的 *soulist/soulist2.in* 与 *soulist/soulist2.ans*。

【样例 3】

见选手目录下的 *soulist/soulist3.in* 与 *soulist/soulist3.ans*。
该组样例满足特殊性质 A 和 B。

【样例 4】

见选手目录下的 *soulist/soulist4.in* 与 *soulist/soulist4.ans*。
该组样例满足特殊性质 A。

【样例 5】

见选手目录下的 *soulist/soulist5.in* 与 *soulist/soulist5.ans*。
该组样例满足特殊性质 B。

【样例 6】

见选手目录下的 *soulist/soulist6.in* 与 *soulist/soulist6.ans*。
该组样例满足特殊性质 C。

【样例 7】

见选手目录下的 *soulist/soulist7.in* 与 *soulist/soulist7.ans*。

【子任务】

测试点	n	m	特殊性质 A	特殊性质 B	特殊性质 C
1	≤ 19	≤ 19	否	否	否
2, 3	≤ 7	$\leq 10^3$		是	
4, 5	$\leq 2,000$			否	
6 ~ 10				是	
11	$\leq 5 \times 10^5$		是	否	
12, 13				是	
14, 15			否	否	
16 ~ 19				是	
20 ~ 25				否	

特殊性质 A: 保证不含有操作 1 和操作 2。

特殊性质 B: 保证对于每次修改操作有 $p = 1$ 。

特殊性质 C: 保证对于初始的排列有 $a_i = i$ 。

对于所有数据, 满足 $1 \leq n \leq 5 \times 10^5, 1 \leq m \leq 10^3$ 。

【提示】

现在还有人认识 Soulist 吗，我的锁老师不会过气了吧（流泪）。

字符串模板题 (whiteqwq)

【题目背景】

众所周知, whiteqwq 是原题自动机, 你在 codeforces gym 上面随便找一道冷门题打开提交记录都可以看到 whiteqwq 的提交。

【题目描述】

whiteqwq 给了你一个长度为 n 的数组 z_1, z_2, \dots, z_n , 其中 $0 \leq z_i < p$ 为整数。

whiteqwq 称一个长度为 m 的数组 x_1, x_2, \dots, x_m 是 (a, b) -回文的当且仅当 $\forall i \in [1, m]$, 有 $ax_i + b \equiv x_{m-i+1} \pmod{p}$, 或者说 $ax_i + b$ 除以 p 的余数和 x_{m-i+1} 除以 p 的余数相同。

现在 whiteqwq 有 q 个询问, 令 $z[l; r]$ 表示数组 z_l, z_{l+1}, \dots, z_r , 每个询问为以下两种形式中的一种:

1. 给定 a , 询问有多少三元组 (b, l, r) 满足 $z[l; r]$ 是 (a, b) -回文的, 其中要求 $1 \leq l \leq r \leq n, 0 \leq b < p$ 为整数。
2. 给定 b , 询问有多少三元组 (a, l, r) 满足 $z[l; r]$ 是 (a, b) -回文的, 其中要求 $1 \leq l \leq r \leq n, 0 \leq a < p$ 为整数。

【输入格式】

从文件 *whiteqwq.in* 中读入数据。

输入第一行三个正整数 n, q, p , 分别表示数组长度, 询问次数以及回文串定义时需要用的模数。

输入第二行 n 个整数 z_1, z_2, \dots, z_n 表示 whiteqwq 给你的数组。

接下来 q 行, 每行两个整数表示一次询问, 每次询问有以下两种形式:

1. **1 a**, 询问有多少三元组 (b, l, r) 满足 $z[l; r]$ 是 (a, b) -回文的, 其中要求 $1 \leq l \leq r \leq n, 0 \leq b < p$ 为整数, 保证 $0 \leq a < p$ 。
2. **2 b**, 询问有多少三元组 (a, l, r) 满足 $z[l; r]$ 是 (a, b) -回文的, 其中要求 $1 \leq l \leq r \leq n, 0 \leq a < p$ 为整数, 保证 $0 \leq b < p$ 。

【输出格式】

输出到文件 *whiteqwq.out* 中。

输出共 q 行, 每行一个整数表示该次询问的答案。

【样例 1 输入】

```
1 3 3 6
2 1 2 1
3 1 0
4 2 0
5 1 1
```

【样例 1 输出】

```
1 3
2 5
3 4
```

【样例 1 解释】

对于第一次询问：

字符串 $z[1;1]$ 是 $(0,1)$ -回文的。

字符串 $z[2;2]$ 是 $(0,2)$ -回文的。

字符串 $z[3;3]$ 是 $(0,1)$ -回文的。

对于第二次询问：

字符串 $z[1;1]$ 是 $(1,0)$ -回文的。

字符串 $z[1;3]$ 是 $(1,0)$ -回文的。

字符串 $z[2;2]$ 是 $(1,0)$ -回文的。

字符串 $z[2;2]$ 是 $(4,0)$ -回文的。

字符串 $z[3;3]$ 是 $(1,0)$ -回文的。

对于第三次询问：

字符串 $z[1;1]$ 是 $(1,0)$ -回文的。

字符串 $z[1;3]$ 是 $(1,0)$ -回文的。

字符串 $z[2;2]$ 是 $(1,0)$ -回文的。

字符串 $z[3;3]$ 是 $(1,0)$ -回文的。

【样例 2】

见选手目录下的 *whiteqwq/whiteqwq2.in* 与 *whiteqwq/whiteqwq2.ans*。

该组样例性质同测试点 1。

【样例 3】

见选手目录下的 *whiteqwq/whiteqwq3.in* 与 *whiteqwq/whiteqwq3.ans*。
该组样例性质同测试点 4。

【样例 4】

见选手目录下的 *whiteqwq/whiteqwq4.in* 与 *whiteqwq/whiteqwq4.ans*。
该组样例性质同测试点 6。

【样例 5】

见选手目录下的 *whiteqwq/whiteqwq5.in* 与 *whiteqwq/whiteqwq5.ans*。
该组样例性质同测试点 13。

【样例 6】

见选手目录下的 *whiteqwq/whiteqwq6.in* 与 *whiteqwq/whiteqwq6.ans*。
该组样例性质同测试点 22。

【子任务】

测试点	n	q	p	特殊性质 A	特殊性质 B
1	≤ 20	≤ 20	$\leq 10^2$	否	否
2, 3	$\leq 10^2$	$\leq 10^2$	$\leq 10^9$		
4, 5	$\leq 10^3$	$\leq 10^3$		是	
6, 7				否	是
8, 9					否
10 ~ 12					
13 ~ 15	$\leq 10^4$	是	否		
16 ~ 18	$\leq 10^4$			是	
19 ~ 21				否	是
22 ~ 25			否		

特殊性质 A：保证询问操作只存在询问 1 a。

特殊性质 B：保证 p 为质数。

对于所有数据，满足 $1 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq q \leq 10^4, 2 \leq p \leq 10^9, 0 \leq z_i < p$ 。

【提示】

原题自动机 whiteqwq 又称金牌收割机，还在清华酒井算协开设了精品课程，无比拜谢！

讲起算协求大伙关注一下今年新开的清北算协联谊活动——未名·9# 杯吧，初赛参加人数有点过于少了呜呜。

美丽魔法 (beautiful)

【题目背景】

Daniel 最爱的魔法是变出排列的魔法，他想知道他能变出多少个美丽的排列。

【题目描述】

Daniel 认为，一个排列 p 的美丽的，当且仅当：

- $\forall i, j$ 且 $i \neq j$ ，有 $\gcd(i, j) = \gcd(p_i, p_j)$ 。

他想知道有多少个长度为 n 的排列是美丽的。

答案对 998244353 取模。

【输入格式】

从文件 *beautiful.in* 中读入数据。

输入第一行一个正整数 n ，表示排列的长度。

【输出格式】

输出到文件 *beautiful.out* 中。

输出一行表示答案（对 998244353 取模）。

【样例 1 输入】

1 3

【样例 1 输出】

1 6

【样例 1 解释】

长度为 3 的排列一共有六个，所有排列都是美丽的。

【样例 2 输入】

1 6

【样例 2 输出】

1 4

【样例 2 解释】

长度为 6 的美丽排列列举如下：

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\{1, 4, 3, 2, 5, 6\}$

$\{5, 2, 3, 4, 1, 6\}$

$\{5, 4, 3, 2, 1, 6\}$

【样例 3】

见选手目录下的 *beautiful/beautiful3.in* 与 *beautiful/beautiful3.ans*。

【样例 4】

见选手目录下的 *beautiful/beautiful4.in* 与 *beautiful/beautiful4.ans*。

【样例 5】

见选手目录下的 *beautiful/beautiful5.in* 与 *beautiful/beautiful5.ans*。

【子任务】

测试点	n
1, 2	≤ 9
3 ~ 6	$\leq 10^3$
7 ~ 12	$\leq 10^7$
13 ~ 20	$\leq 10^9$

对于所有数据，满足 $2 \leq n \leq 10^9$ 。